

# Mathématiques pour la licence 2

## Sujet A

Les exercices sont indépendants et peuvent être traités dans un ordre quelconque. La clarté de la rédaction constituera un élément important dans l'appréciation des copies.

### Exercice A1 (12 pts) $\sim 15$ min

On veut optimiser la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}^3$  par :  $f(x, y, z) = x + 2y$   
sous les contraintes :  $x + y + z = 1$  et  $y^2 + z^2 = 4$

1. Écrire le Lagrangien  $\mathcal{L}$  associé à ce problème d'optimisation.
2. Écrire les conditions du premier ordre associées à ce problème.
3. Trouver le ou les points critiques de  $\mathcal{L}$ .
4. Déterminer la nature du ou des points critiques à l'aide de la méthode des directions.

### Exercice A2 (8 pts) $\sim 5$ min

Trouver toutes les solutions complexes de l'équation :  $z^3 - i = 6(z + i)$

*Indication : rechercher une factorisation évidente*

---

# Mathématiques pour la licence 2

## Sujet B

Les exercices sont indépendants et peuvent être traités dans un ordre quelconque. La clarté de la rédaction constituera un élément important dans l'appréciation des copies.

### Exercice B1 (12 pts) $\sim 15$ min

On veut optimiser la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}^3$  par :  $f(x, y, z) = 3x - y - 3z$   
sous les contraintes :  $x + y - z = 0$  et  $y^2 + 2z^2 = 1$

1. Écrire le Lagrangien  $\mathcal{L}$  associé à ce problème d'optimisation.
2. Écrire les conditions du premier ordre associées à ce problème.
3. Trouver le ou les points critiques de  $\mathcal{L}$ .
4. Déterminer la nature du ou des points critiques à l'aide de la méthode des directions.

### Exercice B2 (8 pts) $\sim 5$ min

Trouver toutes les solutions complexes de l'équation :  $z^3 = 2i - 3z$

*Indication : rechercher une racine évidente*